

# ДЕФОРМАЦІЯ ПРОФІЛЮ ВЛАСНИХ МОД ПРИ ПРОСТОРОВОМУ КАНАЛЮВАННІ

Ю. В. Яковенко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна

<sup>2</sup> Національний університет «Києво-Могилянська академія», Київ, Україна

Просторове каналювання енергії та імпульсу швидких йонів полягає в перерозподілі енергії та імпульсу власними модами плазмових хвиль, збуджених цими йонами [1]. Коли просторово незбалансована частка інкременту збудження моди є великою, а саме,  $\gamma_+ \Delta_\alpha > v_g^t$ , де  $\gamma_+$  — характерний локальний інкремент збудження,  $\Delta_\alpha$  — радіальний розмір області збудження,  $v_g^t$  — радіальна групова швидкість біжучих хвиль, що утворюють власну моду, то мода нездатна передати енергію, отриману від швидких йонів; у такому разі вона має зникнути або змінити свою структуру [2]. Оскільки групова швидкість альвенівських власних мод (АВМ) поперек магнітних поверхонь є доволі малою, а просторовий розподіл, наприклад, континуумного згасання сильно відрізняється від розподілу збудження, можна очікувати, що такі моди можуть зазнавати змін (або зникати) при сильному збудженні швидкими йонами. У нещодавніх числових моделюваннях було знайдено, що в ГАЕ-моді — АВМ, пов'язаній з мінімумом одної з гілок альвенівського континууму, — при сильному просторово незбалансованому збудженні зменшується амплітуда в областях збудження та гамування [3]. Через це інкремент збудження перестає зростати при зростанні локального інкременту збудження і навіть починає падати. Метою цієї роботи є пояснити це явище та знайти обмеження, які воно покладає на величину потоку енергії при просторовому каналюванні.

Ми розглядаємо хвилю, що описується лагранжіаном

$$L[t, x, u] = K - P = \frac{1}{2} [\kappa_0(x)u_t^2 + \kappa_1(x)u_{xt}^2] - \frac{1}{2} [p_0(x)u^2 + p_1(x)u_x^2],$$

де  $K$  та  $P$  — відповідно кінетична та потенціальна енергія хвилі,  $u$  — хвильова функція,  $t$  — час,  $x$  — просторова координата, індекси  $t$  та  $x$  позначають диференціювання за цими змінними. Після варіювання лагранжіану ми отримуємо хвильове рівняння

$$\kappa_0 u_{tt} - (\kappa_1 u_{xtt})_x = (p_1 u_x)_x - p_0 u + Q(x)u_t,$$

де  $Q(x)$  описує просторовий розподіл збудження та поглинання хвилі. Ми розглядатимемо граничний випадок збудження та поглинання, сильно локалізованих в околі точок відповідно  $x_1$  та  $x_2$ , тобто  $Q(x) = q_1 \delta(x - x_1) + q_2 \delta(x - x_2)$ . Ми вважаємо, що хвиля описується в рамках ВКБ-наближення всюди за виключенням цих точок.

Розгляньмо проходження однієї з цих точок хвилею вигляду

$$u = \tilde{u} \exp(i\psi(x) - i\omega t),$$

де  $\psi(x)$  та  $\omega$  — фаза та частота хвилі. Можна побачити, що крім підсилення (або послаблення) хвиля зазнає в цій точці також відбиття. Амплітуда відбитої хвилі ( $\tilde{u}_r$ ) та хвиля після проходження ( $\tilde{u}_t$ ) виражається через амплітуду хвилі, що набігає ( $\tilde{u}$ ), наступним чином:

$$|\tilde{u}_r| = \frac{R}{1-R} |\tilde{u}|, \quad |\tilde{u}_t| = \frac{1}{1-R} |\tilde{u}|,$$

де безрозмірний коефіцієнт  $R$  залежить як від інтенсивності збудження / гамування, так і від групової швидкості хвилі:

$$R = \frac{1}{2} \frac{q\omega^2}{v_g^t \rho},$$

$\rho = p_0 + p_1 k^2 = \omega^2 (\kappa_0 + \kappa_1 k^2)$  характеризує погонну густину енергії в хвилі,  $\omega$  — частота хвилі,  $k = d\psi/dx$  — хвильове число. Коли  $R$  у певній точці є додатним, хвиля в цій точці збуджується, коли від'ємним — поглинається.

На рис. 1 показано результати моделювання задачі на власні значення для простого випадку  $\kappa_0 = \text{const}$ ,  $p_1 = \text{const}$ ,  $p_1 = \kappa_1 = 0$  з крайовою умовою першого роду; такий вибір коефіцієнтів відповідає власним коливанням пружної струни, електромагнітної хвилі в вакуумі між ідеально провідними

стінками або звукової хвилі в закритій трубі. Точки збудження та поглинання були розташовані симетрично, коефіцієнти  $q_1$  та  $q_2$  розрізнялися лише знаком. Як видно з результатів моделювання, відбиття хвилі від точок збудження та поглинання веде до зменшення амплітуди в цих точках та «стискає» хвилю в інтервалі між ними. Варто зазначити, що при моделюванні впливу просторового каналювання на структуру так званої ТАЕ-моди [4] також спостерігалось звуження радіального профіля моди.

Залежність потоку енергії, що передається модою ( $F$ ), від  $R$  можна записати у вигляді

$$F \cong v_g^t W_{max} \Pi(R, \xi),$$

де  $W_{max}$  – густина енергії хвилі у пучностях моди,  $\xi$  характеризує фазу стоячої хвилі в точці збудження або поглинання (наприклад,  $\xi = 1$  у пучності,  $\xi = 0$  у точці повороту квазікласичної хвилі в потенціальній ямі,  $\xi = -0.54$  для хвилі, показаної на рис. 1),  $\Pi(R, \xi)$  – безрозмірна функція, показана на рис. 2. При зростанні інкременту збудження потік енергії досягає максимуму, а потім спадає. Це пояснює результати роботи [3].

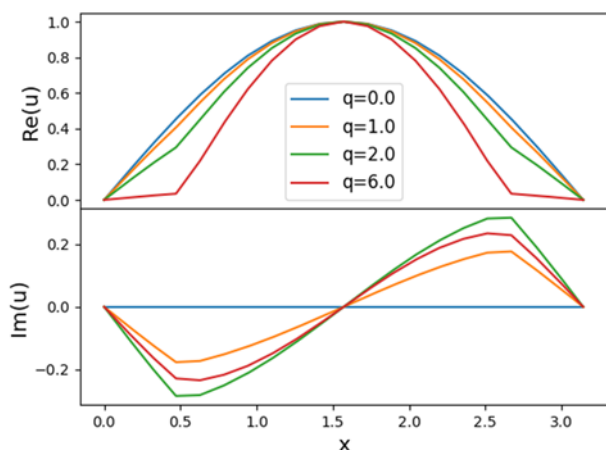


Рис. 1. Профіль власної моди при різних величинах коефіцієнтів  $q_1$  та  $q_2$ ,  $q_1 = -q_2 = q$ .

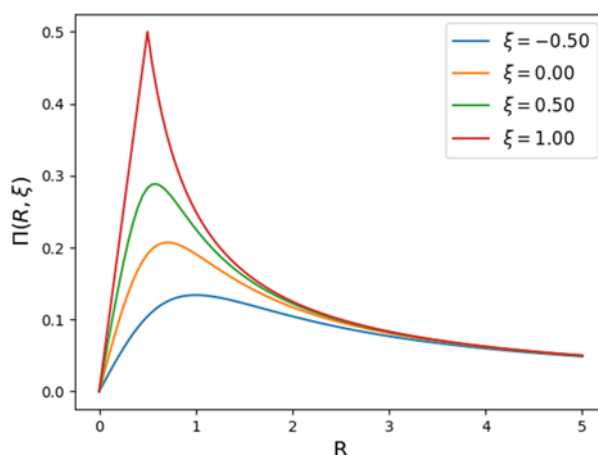


Рис. 2. Залежність потоку енергії, який переносить мода, від коефіцієнту  $R$  у точці збудження.

У роботі досліджено також зміну частоти моди, викликану звуженням її профілю при просторовому каналюванні.

Отримані результати є застосовними до АВМ, що мають у своїй структурі одну певну панівну Фур'є-гармоніку, тобто так звані ГАЕ-моди та RSAE-моди.

1. Ya.I. Kolesnichenko, Yu.V. Yakovenko, V.V. Lutsenko. Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 075001.
2. Ya.I. Kolesnichenko, Yu.V. Yakovenko, M.H. Tyshchenko. Phys. Plasmas 25 (2018) 122508.
3. Ю.В. Яковенко, В.І. Саламон, С.В. Тарасенко. Зміни структури власних мод при збудженні та гамуванні. У кн.: XXX Щорічна наук. конф. Ін-ту ядерних досліджень НАН України (Київ, 25 – 29 вересня 2023 р.). Анотації до доповідей (К.: Ін-т ядерних досліджень, 2023) с. 186.
4. Ya.I. Kolesnichenko, A.V. Tykhuu, R.B. White. Nucl. Fusion 60 (2020) 112006.